



# **Savitribai Phule Pune University, Pune**

TYBA, Subject: Techniques of Spatial Analysis Gg. 301  
Topic: Chi-Square Test

Presented by  
Dr. Dalimbe. S. N.  
Assistant Professor and HOD  
Department of Geography  
Email: [dalimbe@gmail.com](mailto:dalimbe@gmail.com)

**Arts, Science and Commerce College Kolhar**

# काय वर्ग ( $x^2$ ) चाचणी

## Chi-Square Test.

- नमुना वितरणाची प्रसामान्य वितरण किंवा त्याच्या सारख्या इतर सैद्धांतिक वितरणाशी तुलना करण्यासाठी वापरल्या जाणाऱ्या चाचण्यांना परिमाणरहित चाचण्या असे म्हणतात.
- काय वर्ग ( $x^2$ ) चाचणी ही परिमाणरहित चाचणी आहे
- या चाचणीचा उपयोग प्रतीदर्शी वितरण व सैद्धांतिक वितरण यांची तुलना करण्यासाठी केला जातो.

## नमुना

पश्चिम घाटातील सहयाद्री उदोहरण गृहीत तत्व आठ वेगवेगळ्या दिशेकडे उतार असलेल्या वनातील वृक्ष संख्या दिलेली आहे. वृक्ष संख्या उताराच्या दिशेवर अवलंबून आहे किंवा नाही ते काय वर्ग चाचणी च्या

दिशा	उत्तर	ईशान्य	पूर्व	आग्नेय	दक्षिण	पश्चिम	वायव्य
वृक्षसंख्या	१९०	१९६	१८४	१८९	२१२	२४७	१९४

वृक्षसंख्या उताराच्या दिशेवर अवलंबून आहे काय? हे शोधायचे आहे. त्यासाठी खालील प्रमाणे गृहीत तत्वे मांडू.

$H_0$  (शून्यवत गृहीत तत्व): उताराच्या दिशेचा वनातील वृक्ष संख्येवर परिणाम होत नाही. (म्हणजेच सर्व दिशांना वृक्ष संख्या सारखीच आहे)

$H_1$  (पर्यायी गृहीत तत्व): उताराच्या दिशेचा वनातील वृक्ष संख्येवर

(पर्यायी गृहीत तत्व): उताराच्या दिशेचा वनातील वृक्ष संख्येवर

येथे **निरीक्षित वारंवारता (O)** दिलेली आहे. **अपेक्षित वारंवारता (E)**

काढायची आहे. ती पढील सूत्राने काढता येते

$$\text{अपेक्षित वारंवारता (E)} = \frac{\text{एकूण निरीक्षित वारंवारता}}{\text{एकूण निरीक्षण संख्या}}$$

एकूण निरीक्षित वारंवारता म्हणजेच एकूण वृक्षसंख्या १६८० आहे तसेच येथे ८ दिशा दिलेल्या आहे म्हणजेच एकूण निरीक्षण संख्या ८ आहे.

$$E = \frac{1680}{8} = 210$$

**अपेक्षित वारंवारता (E)**

वरील पद्धतीने अपेक्षित वारंवारता मिळाल्या नंतर पुढील **सूत्राने काय वर्ग**

**( $x^2$ )** चाचणीची किंमत काढता येते  $\sum \frac{(O-E)^2}{E}$

$$\text{काय वर्ग} = \sum \frac{(\text{निरीक्षित वारंवारता व अपेक्षित वारंवारता यातील फरक})^2}{\text{अपेक्षित वारंवारता}}$$

दिशा (वर्ग)	वृक्षसंख्या (निरीक्षित वारंवारता) (O)	अपेक्षित वारंवारता (E)	(O-E)	(O-E) <sup>2</sup>	$\frac{(O-E)^2}{E}$
उत्तर	१९०	२१०	-२०	४००	१.९०
ईशान्य	१९६	२१०	-१४	१९६	०.९३
पूर्व	१८४	२१०	-२६	६७६	३.२२
आग्नेय	१८९	२१०	-२१	४४१	२.१०
दक्षिण	२१२	२१०	-२	४	०.०२
नैऋत्य	२४७	२१०	-३५	१२२५	५.८३
पश्चिम	२७०	२१०	६०	३६००	१७.१४
वायव्य	१९४	२१०	-१६	२५६	$\Sigma$ १.२२
	१६८०				=३२.३६

(O-E) – निरीक्षित वारंवारता व अपेक्षित वारंवारता यांची वाजाबाकी

(O-E)<sup>2</sup> = निरीक्षित वारंवारता व अपेक्षित वारंवारता यांच्या

वाजाबाकीच्या वर्ग

$\frac{(O-E)^2}{E}$  निरीक्षित वारंवारता व अपेक्षित वारंवारता यांच्या वाजाबाकीच्या

वर्गास अपेक्षित वारंवारतेचे भागने

$\Sigma \frac{(O-E)^2}{E}$  भागाकाराची एकूण बेरीज म्हणजे काय वर्ग (x<sup>2</sup>) चाचणीची किंमत

किंवा निष्कर्षात्मक मूल्य होय

- आता विमुक्त संख्यामान काढू
- या चाचणीचे विमुक्त संख्यामान हे **एकूण वर्ग संख्या वजा एक इतके असते.**
- एकूण वर्ग ८ आहेत म्हणजेच विमुक्त संख्यामान  $८-१ = ७$  आहे.
- काय वर्ग चाचणीत अर्थपूर्णत्वाच्या पातळ्यांसाठी विमुक्त संख्यामानानुसार कोष्टक मुल्ये दिलेली आहेत (शेवटच्या पानावर सदर मुल्ये दर्शविणारे कोष्टक दिलेले आहे)

• अर्थपूर्णत्वाच्या मूल्यापेक्षा अधिक आणेत्यामुळे हे गृहीततत्व फेटाळले जाईल व हे पर्यायी गृहीततत्व स्वीकारले जाईल म्हणजेच उताराच्या दिशेचा वनातील वृक्षांच्या संख्येवर परिणाम होतो.	मूल्यापेक्षा अधिक आणेत्यामुळे हे गृहीततत्व फेटाळले जाईल व हे पर्यायी गृहीततत्व स्वीकारले जाईल म्हणजेच उताराच्या दिशेचा वनातील वृक्षांच्या संख्येवर परिणाम होतो.	मूल्यापेक्षा अधिक आणेत्यामुळे हे गृहीततत्व फेटाळले जाईल व हे पर्यायी गृहीततत्व स्वीकारले जाईल म्हणजेच उताराच्या दिशेचा वनातील वृक्षांच्या संख्येवर परिणाम होतो.	अधिक आणेत्यामुळे हे गृहीततत्व फेटाळले जाईल व हे पर्यायी गृहीततत्व स्वीकारले जाईल म्हणजेच उताराच्या दिशेचा वनातील वृक्षांच्या संख्येवर परिणाम होतो.	मूल्यापेक्षा अधिक आणेत्यामुळे हे गृहीततत्व फेटाळले जाईल व हे पर्यायी गृहीततत्व स्वीकारले जाईल म्हणजेच उताराच्या दिशेचा वनातील वृक्षांच्या संख्येवर परिणाम होतो.
०.०५	७	१४.०६७	३२.३६	<b>फेटाळले</b>
दोनही	०	४७	३२.३६	<b>फेटाळले</b>

दोनही अर्थपूर्णत्वाच्या पातळ्यांसाठी निष्कर्षात्मक मूल्ये कोष्टक मुल्यापेक्षा अधिक आणेत्यामुळे हे गृहीततत्व फेटाळले जाईल व हे पर्यायी गृहीततत्व स्वीकारले जाईल म्हणजेच उताराच्या दिशेचा वनातील वृक्षांच्या संख्येवर परिणाम होतो.

## नमुना

खालील सारणीत 'क्ष' चलाची निरीक्षित व अपेक्षित वारंवारता दिलेली आहे. काय वर्ग चाचणीच्या आधारे गृहीतकाची ०.०५ व ०.०१ पातळ्यांसाठी चाचणी करून निरीक्षित व अपेक्षित वारंवारता यांच्यामध्ये अर्थपूर्ण संबंध आहे काय? ते स्पष्ट करा.

निरीक्षित वारंवारता (O)	१०	३०	४६	१६	६
अपेक्षित वारंवारता (E)	८	२५	४०	२४	९

निरीक्षित वारंवारता व अपेक्षित वारंवारता यांच्यात अर्थपूर्ण संबंध आहे काय? हे शोधयाचे आहे. त्यासाठी खालील प्रमाणे गृहीत तत्वे मांडू.

$H_0$  (शून्यवत गृहीत तत्व): निरीक्षित वारंवारता व अपेक्षित वारंवारता यांच्यात अर्थपूर्ण संबंध नाही.

(पर्यायी गृहीत तत्व): निरीक्षित वारंवारता व अपेक्षित वारंवारता यांच्यात अर्थपूर्ण संबंध आहे.

निरीक्षित वारंवारता (O)	अपेक्षित वारंवारता (E)	(O-E)	(O-E) <sup>2</sup>	$\frac{(O-E)^2}{E}$
१०	८	२	४	०.५०
३०	२५	५	२५	१.००
४६	४०	६	३६	०.०९
१६	२४	-८	६४	२.६६
६	९	-३	९	१.००
				$\Sigma$ ५.२५

**काय वर्ग ( $\chi^2$ ) चाचणीची किंमत**

$$\chi^2 = \sum \frac{(O-E)^2}{E}$$

$$= \chi^2 = 5.25$$



- एकूण ५ वर्ग आहेत म्हणजेच **विमुक्त संख्यामान ५-१ = ४ आहे.**
- विमुक्त संख्यामान ४ असतांना ०.०५ व ०.०१ या अर्थपूर्णत्वाच्या पातळ्यांसाठी कोष्टक मूल्ये अनुक्रमे ९.४८८ व १३.२७ ही आहेत. (शेवटच्या पानावर सदर मूल्ये दर्शविणारे कोष्टक दिलेले आहे)

अर्थपूर्णत्वाची पातळी	विमुक्त संख्यामान	कोष्टक मूल्य	निष्कर्षात्मक मूल्य	निष्कर्ष
०.०५	४	९.४८८	५.२५	<b>स्विकारले</b>
०.०१	४	१३.२७	५.२५	<b>स्विकारले</b>

दोनही अर्थपूर्णत्वाच्या पातळ्यांसाठी निष्कर्षात्मक मूल्य कोष्टक मूल्यापेक्षा लहान आहे. त्यामुळे हे गृहीततत्व स्विकारले जाईल म्हणजेच **निरीक्षित वारंवारता व अपेक्षित वारंवारता यांच्यात अर्थपूर्ण संबंध आहे.**

काय वर्ग ( $\chi^2$ ) चाचणी साठी कोष्टक मूल्य  
 $d =$ विमुक्त संख्यामान

$d$	0.05	0.01	0.001	$d$	0.05	0.01	0.001
1	3.841	6.635	10.828	11	19.675	24.725	31.264
2	5.991	9.210	13.816	12	21.026	26.217	32.910
3	7.815	11.345	16.266	13	22.362	27.688	34.528
4	9.488	13.277	18.467	14	23.685	29.141	36.123
5	11.070	15.086	20.515	15	24.996	30.578	37.697
6	12.592	16.812	22.458	16	26.296	32.000	39.252
7	14.067	18.475	24.322	17	27.587	33.409	40.790
8	15.507	20.090	26.125	18	28.869	34.805	42.312
9	16.919	21.666	27.877	19	30.144	36.191	43.820
10	18.307	23.209	29.588	20	31.410	37.566	45.315

## संदर्भ

1. सांख्यिकी भूगोल, प्रा. सू. रा. जोग व प्रा. प्र. ग. सप्तर्षी, नरेंद्र प्रकाशन, पुणे
2. प्रात्यक्षिक भूगोल, प्रा. ई. के. करंजखेले व डॉ. डी. वाय. अहिराराव, सुदर्शन प्रकाशन, नाशिक.
3. [https://www.mun.ca/biology/scarr/4250\\_Chi-square\\_critical\\_values.html](https://www.mun.ca/biology/scarr/4250_Chi-square_critical_values.html)



Contact: [dalimbe@gmail.com](mailto:dalimbe@gmail.com)